

Ajuda de GeoGebra 2.5

Markus Hohenwarter
www.geogebra.at
Universitat de Salzburg
Austria

Versió en català a càrrec de
Roser Sebastián García
Departament d'Educació i Universitats
Generalitat de Catalunya

maig de 2006

Índex

Índex	1
1 ¿Què és GeoGebra?	4
2 Exemples	5
2.1 Triangle mostrant els seus angles	5
2.2 Equació lineal $y = kx + d$	5
2.3 Baricentre d'un triangle	6
2.4 Dividir el segment AB d'acord a la relació de 7 : 3	7
2.5 Equacions lineals de dos variables	7
2.6 Tangent a una funció de x	7
2.7 Estudi de funcions polinòmiques	8
2.8 Integrals	8
3 Entrada Geomètrica	10
3.1 Anotacions Generals	10
3.1.1 Menú Contextual	10
3.1.2 Mostra i Amaga objecte	11
3.1.3 Traçada	11
3.1.4 Zoom	11
3.1.5 Relació entre els Eixos	11
3.1.6 Passos de la Construcció	12
3.1.7 Redefineix	12
3.2 Modes	12
3.2.1 Modes Generals	13
3.2.2 Punt	14
3.2.3 Vector	15
3.2.4 Segment	15
3.2.5 Semirecta	16
3.2.6 Polígon	16
3.2.7 Recta	16
3.2.8 Secció Cònica	17
3.2.9 Arc i Sector	17

3.2.10	Número i Angle	18
3.2.11	Locus - Lloc Geomètric	19
3.2.12	Transformacions Geomètriques	19
3.2.13	Text	20
3.2.14	Imatges	21
3.2.15	Propietats de les imatges	21
4	Entrada Algèbrica	23
4.1	Anotacions Generales	23
4.1.1	Modificació de valors	23
4.1.2	Animació	23
4.2	Entrada Directa	24
4.2.1	Números i angles	24
4.2.2	Punts i Vectors	25
4.2.3	Recta	25
4.2.4	Secció Cònica	25
4.2.5	Funció	26
4.2.6	Operacions Aritmètiques	26
4.3	Comandaments	27
4.3.1	Comandaments Generals	28
4.3.2	Número	28
4.3.3	Angle	29
4.3.4	Punt	30
4.3.5	Vector	32
4.3.6	Segment	32
4.3.7	Semirecta	33
4.3.8	Polígon	33
4.3.9	Recta	33
4.3.10	Secció Cònica	35
4.3.11	Funció	35
4.3.12	Arc i Sector	36
4.3.13	Imatge	37
4.3.14	Lloc Geomètric	37
4.3.15	Transformacions Geomètriques	37
5	Imprimir i Exportar des de GeoGebra	40
5.1	Imprimir	40
5.1.1	Zona Gràfica	40
5.1.2	Passos de la Construcció	40
5.2	Zona Gràfica com a Imatge	40
5.3	Zona Gràfica al Porta-retalls	41
5.4	Passos de la construcció com a Pàgina Web	41
5.5	Construcció interactiva com a Pàgina Web	42

6	Opcions	44
6.1	Enganxa els punts a la graella	44
6.2	Unitat Angular	44
6.3	Posicions Decimals	44
6.4	Estil de Punt	44
6.5	Gràfics	44
6.6	Mida de la Llettra	45
6.7	Idioma	45
6.8	Zona Gràfica	45
	Índex alfabètic	46

Capítol 1

¿Què és GeoGebra?

GeoGebra és un programari de matemàtiques que permet treballar Geometria, Àlgebra i Càlcul, desenvolupat per Markus Hohenwarter de la Universitat de Salzburgo per a l'aprenentatge de les Matemàtiques.

Per una banda, GeoGebra es un sistema de geometria dinàmica. Permet fer construccions tant amb punts, vectors, segments, rectes, seccions còniques com amb funcions, que a posteriori es poden modificar dinàmicament.

Per altra banda, es poden introduir equacions i coordenades directament. Així, GeoGebra té la potència d'utilitzar variables vinculades a números, vectors i punts; permet trobar derivades i integrals de funcions, i ens ofereix un repertori de comandaments propis de l'anàlisi matemàtic com per exemple per identificar punts singulars d'una funció, arrels o extrems.

Hi han dues perspectives que caracteritzen a GeoGebra : una expressió a la finestra algèbrica es correspon amb un objecte a la finestra geomètrica, i a l'inrevés.

Capítol 2

Exemples

Per a tenir una idea general de les possibilitats de GeoGebra veureu alguns exemples.

2.1 Triangle mostrant els seus angles

- Per a començar, triareu el mode *Punt nou* (veure 3.2) de la barra d'eines i clicareu tres vegades sobre l'àrea gràfica per a crear els tres vèrtex A, B, i C del triangle.
- A continuació triareu el mode *Polígon* i clicareu sobre els punts A, B, i C. De nou clicareu sobre el punt A per crear el triangle P a la finestra algèbrica on us mostrarà la seva àrea.
- Per a que es mostrin els angles del triangle, heu de triar al mode *Angle* de la barra d'eines i clicar sobre el triangle.

Si trieu el mode *Mou* i arrossegueu els vèrtexs, observareu com canvien dinàmicament les coordenades dels vèrtexs i les mides dels angles a la zona algèbrica.

Podeu decidir no veure la finestra algèbrica i/o els eixos de coordenades seleccionant l'opció desitjada del menú *Visualitza*.

2.2 Equació lineal $y = kx + d$

Es tracta d'interpretar el significat de k i d a l'equació lineal $y = kx + d$ provant diferents valors de k i d .

Per aconseguir-ho, escriureu els següents valors d'entrada en el camp de text que hi ha a peu de pantalla (clicant Enter al final de cada línia).

k = 1
d = 2
y = k x + d

Després podeu canviar k i d a la finestra algebàrica (clicant el botó dret del ratolí sobre de la dada que voleu canviar i triant l'opció Edita) o bé directament sobre l'entrada del camp de text.

```
k = 2
k = -3
d = 0
d = -1
```

És molt fàcil modificar k i d amb les tecles fletxa (animació, 4.1.2) o els punts lliscants (clicant amb el botó dret sobre k o d , i triant l'opció Mostra objecte; veure 3.2.10)

De manera semblant podríeu investigar l'equació de les seccions còniques, com ara $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ o $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$.

2.3 Baricentre d'un triangle

Es tracta de trobar el Baricentre d'un triangle determinat per tres punts escrivint les següents línies com a entrada al camp de text que hi ha al final de la pantalla (clicant Enter al final de cada línia)

També podeu fer anar el ratolí per aquesta construcció triant els corresponents modes (veure 3.2) a la barra d'eines.

```
A = (-2, 1)
B = (5, 0)
C = (0, 5)
M_a = Centre[B, C]
M_b = Centre[A, C]
s_a = Recta[A, M_a]
s_b = Recta[B, M_b]
S = Intersecció[s_a, s_b]
```

La alternativa seria calcular el Baricentre directament:

```
S1 = (A + B + C) / 3
```

i comparar els dos resultats mitjançant el comandament

```
Relació[S, S1]
```

Ara, per veure si $S = S1$ és cert per altres posicions de A, B, i C, triareu amb el ratolí el mode Mou de la barra d'eines i moureu qualsevol dels vèrtexs.

2.4 Dividir el segment AB d'acord a la relació de 7 : 3

GeoGebra ens permet operar amb vectors,

```
A = (-2, 1)
B = (3, 3)
T = A + 7/10 (B - A)
```

Un altra manera de fer-ho, podria ser ...

```
A = (-2, 1)
B = (3, 3)
v = Vector[A, B]
T = A + 7/10 v
```

Fent un pas més, podríeu introduir un número t (per exemple, fent anar un punt lliscant 3.2.10) i tornar a definir el punt T com $T = A + t v$ (veure 3.1.7). Al anar canviant t podeu veure a T lliscant al llarg de la línia recta.

Ara podríeu introduir aquesta recta paramètricament (veure 3.1.7):

```
g: X = T + s v
```

2.5 Equacions lineals de dos variables

Dos equacions lineals en x i y representen dues rectes. La solució algèbrica són les coordenades del punt intersecció de les rectes.

```
g : 3x + 4y = 12
h : y = 2x - 8
S = Intersecció[g, h]
```

Es pot modificar tant l'equació (clic al botó dret i triar l'opció Edita), com desplaçar o girar la recta amb el ratolí (*Desplaça*, 3.2.1; *Gira*, 3.2.1)

2.6 Tangent a una funció de x

GeoGebra té un comandament per a dibuixar la tangent a una funció $f(x)$ en un punt $x=a$.

```
a = 3
f(x) = 2 sin(x)
t = Tangent[a, f]
```


En moure la gràfica de la funció (veure 4.1.2), la tangent es desplaça pel gràfic de f .
 Una altra manera podria ser ...

```
a = 3
f(x) = 2 sin(x)
T = (a, f(a))
t : X = T + s (1, f'(a))
```

T és un punt de la gràfica de f . La tangent t està expressada en forma paramètrica
 També, podeu dibuixar la tangent d'una funció en un punt, geomètricament:

- Triem el mode *Punt nou* (ver 3.2) i cliqueu en el gràfic de la funció f .
- Triem el mode *Tangents*, cliqueu sobre la funció f i després al punt creat prèviament.

Si trieu el mode *Desplaçament* i arrossegeu el punt al llarg de la funció amb el ratolí, la tangent es modifica dinàmicament.

2.7 Estudi de funciones polinòmiques

Amb GeoGebra podem cercar arrels, extrems locals i punts d'inflexió de funcions polinòmiques

```
f(x) = x^3 - 3 x^2 + 1
N = Arrel[f]
E = Extrem[f]
W = PuntInflexió[f]
```

En el mode *Desplaça la zona gràfica* podem arrossegar la funció f amb el ratolí.
 En aquest context, les dues primeres derivades de f són també interessants.

```
Derivada[f]
Derivada[f, 2]
```

2.8 Integrals

Amb les integrals, GeoGebra oferta la possibilitat de visualitzar com a rectangles les sumes inferiors i superiors d'una integral de Riemman

```
f(x) = x^2/4 + 2
a = 0
b = 2
n = 5
L = SumaInferior[f, a, b, n]
U = SumaSuperior[f, a, b, n]
```

Canviant els valors de a , b o n (animació, veure 4.1.2; punt lliscant 3.2.10) podeu veure la influència d'aquests paràmetres. Per l'increment de n , podríeu seleccionar, per exemple, 1 (clicant amb el botó dret del ratolí sobre n i triant l'opció Propietats).

La integral definida la podeu introduir de la forma següent:

```
Integral[f, a, b]
```

Una primitiva de f , F la podeu trobar:

```
F = Integral[f]
```

Us la mostra tant en la finestra geomètrica com en la finestra algèbrica.

Capítol 3

Entrada Geomètrica

Ara explicarem com fer anar el ratolí al GeoGebra.

3.1 Anotacions Generals

A la finestra geomètrica (a la dreta) podeu veure punts, vectors, segments, polígons, funcions, rectes i seccions còniques gràficament.

Quan el ratolí es desplaça sobre l'objecte, us mostra una descripció. La finestra geomètrica la podeu anomenar *zona gràfica*.

Hi han diverses formes de dir-li a GeoGebra com reaccionar a cada entrada del ratolí (punt nou, intersecció, circumferència per tres punts, ...). Aquestes qüestions s'explicaran més detalladament més endavant (3.2).

Al fer doble clic sobre un objecte en una finestra algèbrica, s'obre una finestra d'edició.

Feu doble clic sobre un objecte

- en la zona gràfica per obrir la finestra de propietats
- en la finestra algèbrica per obrir la línia d'edició

3.1.1 Menú Contextual

Si premeu el botó dret del ratolí sobre un objecte, s'obre un menú contextual on es pot seleccionar la notació algèbrica (coordenades polars o cartesianes, equacions implícites o explícites, ...). També s'hi troben altres instruccions com ara Redefineix , Edita , Esborra , Entrada o Canvia de nom .

Al seleccionar Propietats, s'obre una caixa de diàleg on es pot modificar el color, mida, gruix de línia, ombrejat, ...

3.1.2 Mostra i Amaga objecte

Podeu decidir si mostrar els objectes geomètrics (Mostra objecte) o amagar-los (Amaga objecte) Per passar de mostrar a amagar o a l'inrevés ho podeu fer:

- fent clic sobre l'objecte amb el botó dret del ratolí a la zona gràfica i triar l'opció al menú contextual
- fent clic sobre l'objecte amb el botó dret del ratolí a la finestra algèbrica i triar l'opció al menú contextual

La icona que hi ha a l'esquerra de cada objecte a la finestra algèbrica, informa sobre l'estat actual de visibilitat.

3.1.3 Traçada

Podeu fer que els objectes geomètrics deixin un rastre a mesura que es desplacen per la pantalla. S'ha d'activar/desactivar l'opció *Activa la traçada* del menú contextual que surt quan cliqueu sobre l'objecte amb el botó dret del ratolí segons que es vulgui veure o no el traç.

L'opció *Actualitza* del menú *Visualitza*, elimina tot traç.

3.1.4 Zoom

Quan cliqueu amb el botó dret del ratolí sobre la zona gràfica, es mostra un menú contextual on podreu triar el grau de zoom amb el que voleu veure la figura.

Per conèixer més detalls, podeu consultar *Zoom Apropar-se* (3.2.1) així com *Zoom Allunyar-se* (3.2.1).

Si voleu veure amb més detall una zona concreta de la construcció, ho podeu fer clicant amb el botó dret del ratolí sobre la zona i arrossegant-lo fins que quedi la zona emmarcada. En deixar de clicar veureu com automàticament fa un zoom i us mostra la zona emmarcada augmentada.

3.1.5 Relació entre els Eixos

En clicar amb el botó dret del ratolí sobre la zona gràfica, us mostra un menú contextual on podreu modificar la raó entre els eixos de coordenades.

3.1.6 Passos de la Construcció

Els passos de la construcció (menú *Visualitza*) és una taula que mostra tots els passos de la construcció.

Aquí es pot refer una construcció pas a pas. També es poden intercalar passos de la construcció i modificar la seva seqüència.

El menú d'ajuda dels passos de la construcció ens mostra una explicació més detallada.

3.1.7 Redefineix

Podeu *Redefinir* un objecte mitjançant el seu menú contextual (3.1.1). Això és molt útil per fer canvis després de la seva construcció. També es pot obrir la caixa de diàleg amb la que es *Redefineix* fent un doble clic sobre un objecte dependent.

Per a situar un punt lliure A sobre una recta h, es marca *Redefineix* al menú contextual que surt clicant amb el botó dret del ratolí sobre el punt A i a la zona editable escriu `Punt [h]`.

Per eliminar un punt d'aquesta recta i "alliberar-lo" de nou, se'l redefineix cap a un determinat punt de coordenades lliures com per exemple $(3, 2)$.

Un altre exemple és la conversió d'una recta h que passa pels punts A i B en un segment que els té per extrems: triem *Redefineix* i a la zona editable escriureu `Segment [A, B]`.

L'eina que permet la redefinició d'objectes és molt versàtil per a una modificació retrospectiva de la construcció. Convé tenir en compte que d'aquesta manera també és possible canviar l'ordre de les etapes de la construcció dintre dels Passos de la construcció (3.1.6).

3.2 Modes

Els següents modes es poden activar a la barra de icones.

Heu de fer un clic sobre la petita fletxa que hi ha a la part inferior dreta de la icona per a passar als altres modes d'aquest menú.

Es *selecciona* un objecte quan es *clica* sobre aquest amb el *ratolí*.

En qualsevol mode de construcció es poden crear fàcilment nous punts, simplement fent un clic sobre l'àrea gràfica.

3.2.1 Modes Generals

Desplaça

Per arrossegar i deixar anar objectes lliures amb el ratolí.

Selecció d'un objecte fent clic en el mode de desplaçament per a poder

- eliminar-lo prement la tecla Sup
- desplaçar-lo clicant a las tecles-fletxa (veure 4.1.2)

Per a seleccionar diversos objectes, s'ha de mantenir pitjada la tecla Ctrl.

Gira al voltant d'un punt

Es selecciona en primer lloc el punt que serà centre del gir, després s'arrossega amb el ratolí l'objecte lliure que voleu que giri al voltant del punt triat.

Relació entre dos objectes

Per marcar un parell d'objectes i obtenir informació respecte de les seves relacions (4.3.1).

Desplaça la Zona Gràfica

Per arrossegar i deixar anar l'àrea gràfica i desplaçar així l'origen del sistema de referència.

També es pot desplaçar la zona gràfica prement la tecla Ctrl a la vegada que l'arrosseguem amb el ratolí.

Apropa

Si trieu aquest mode, en fer clic sobre la zona gràfica, aquesta augmenta les dimensions(veure 3.1.4).

Allunya

Si trieu aquest mode, en fer clic sobre la zona gràfica, aquesta disminueix les dimensions (veure 3.1.4).

Mostra / Amaga objecte

En fer clic sobre un objecte ens el mostra / amaga respectivament.

Tots els objectes que estan amagats ens els mostrarà.

Els canvis es duran a terme quan passeu a qualsevol altre mode de la barra corresponent.

Mostra / Amaga etiqueta

Al fer clic sobre la etiqueta, ens la mostra / amaga respectivament.

Copia l'estil visual

Aquest mode permet copiar les propietats visuals com ara el color, les dimensions, l'estil lineal, ..., des d'un objecte determinat als objectes destí.

Primer, s'ha de seleccionar l'objecte del que voleu copiar les propietats. Després tan sols cal anar fent clics sobre els objectes als que volem aplicar les propietats.

Esborra objecte

Amb aquest mode seleccionat tan sols cal clicar sobre l'objecte que voleu eliminar.

3.2.2 Punt**Punt nou**

En fer clic sobre l'àrea gràfica es crea un punt nou. Les seves coordenades quedaran fixades en deixar anar el botó del ratolí.

En fer clic sobre un segment, recta o secció cònica es crea un punt sobre l'objecte en qüestió.

En fer clic sobre la intersecció de dos objectes es crea el punt d'intersecció i el diferencia d'un altre punt qualsevol.

Intersecció de dos objectes

Els punts d'intersecció de dos objectes es poden crear de dues formes.

1. Marcar dos objectes: es creen tots els punts d'intersecció (si és possible)
2. Al fer clic sobre la intersecció dels dos objectes: només es crea aquest únic punt d'intersecció.

Per a segments, semirectes o arcs es pot especificar si es vol *permetre la intersecció de punts perifèrics* (propietats,3.1.1). Aquesta situació es podria donar quan vulgueu aconseguir la intersecció de punts que estan sobre la extensió d'un objecte. Per exemple, la extensió d'un segment o una semirecta és una recta.

Punt Mitjà o Centre

Fer clic sobre ...

1. dos punts per a obtenir el seu punt mitjà.
2. un segment per a obtenir el seu punt mitjà.
3. una secció cònica per a obtenir el seu punt central.

3.2.3 Vector

Vector entre dos punts

Marca el punt de inici i el d'aplicació del vector.

Vector des d'un punt

Al marcar un punt A i un vector v es crea el punt $B = A + v$ i el vector de A a B.

3.2.4 Segment

Segment entre dos punts

Al marcar dos punts A i B es crea un segment entre A i B. A la finestra algèbrica es podrà veure la longitud de l'esmentat segment.

Segment amb longitud donada des d'un punt

En clicar sobre un punt A que vulguem fixar com a un dels extrems del segment i especificar la longitud desitjada a la finestra emergent, queda dibuixat el segment.

D'aquesta forma es crea un segment amb una longitud determinada entre el punt A i el punt B que serà l'altre extrem.

L'extrem B pot girar en mode *Mou* al voltant de l'extrem inicial A

3.2.5 Semirecta

Semirecta que passa per dos punts

Al marcar dos punts A i B es crea una semirecta que comença a A i travessa B. A la finestra algebàrica se'ns mostra la equació corresponent de la recta.

3.2.6 Polígon

Polígon

Per a que se'ns mostri l'àrea del polígon a la finestra algebàrica, heu de marcar al menys tres punts i tornar a fer clic sobre el primer punt que heu marcat

3.2.7 Recta

Recta que passa per dos punts

Al marcar dos punts A i B es crea la recta entre A i B. El vector que fixa la direcció de la recta és $(B-A)$.

Recta Paral.lela

Al seleccionar una recta g i un punt A, queda definida la recta que passa per A i es paral.lela a g. La direcció d'aquesta recta es la de g.

Recta Perpendicular

Al seleccionar una recta g i un punt A, queda definida la recta que passa per A i es perpendicular a g. La direcció d'aquesta recta es equivalent a la del vector perpendicular (4.3.5) a g.

Mediatriu

La recta mediatriu d'un segment queda establerta per un segment s o per dos punts A y B. La direcció d'aquesta recta és equivalent a la del vector perpendicular (4.3.5) al segment s o a AB.

Bisectriu

La bisectriu d'un angle es pot definir de dues formes:

1. Al marcar els tres punts A, B, C es crea la bisectriu de l'angle definit per A, B i C, con B com a vèrtex.
2. Al marcar dues rectes es creen las bisectrius dels dos angles.

Els vectors directrius de totes les bisectrius tenen longitud 1.

Tangents

Les tangents a una cònica es poden determinar de dues formes:

1. Al marcar un punt A i una cònica c es creen totes les tangents a c que passen per A.
2. Al marcar una recta g i una cònica c es creen totes les tangents a c que son paral.leles a g.

Al marcar el punt A i la funció f se dibuixa la recta tangent a f i que passa per $x=x(A)$.

Recta Polar o Diàmetre

Aquest mode crea la recta polar / diàmetre d'una secció cònica:

1. Es marca un punt i una secció cònica per establir la recta polar.
2. Es marca una recta o vector i una secció cònica per a fixar el seu diàmetre.

3.2.8 Secció Cònica**Circumferència donat el seu centre i un punt per on passa**

Al marcar un punt M i un punt P queda definida una circumferència amb centre el punt M i passant per P. El radi del cercle és la distància MP.

Circumferència donats el centre i el radi

En marcar un punt M com a centre, a la finestra emergent escrivim el valor del radi.

Circumferència que passa per tres punts

Al marcar tres punts A, B, C queda definida una circumferència que passa per aquests punts. Si els tres punts estan alineats, la circumferència queda reduïda a una recta.

Cònica que passa per cinc punts

Al marcar cinc punts queda definida una secció cònica que passa per ells.

La cònica quedarà definida sempre i quant quatre d'aquests cinc punts no estiguin alineats

3.2.9 Arc i Sector

El valor algebraic d'un arc és la seva longitud, el valor d'un sector es la seva àrea.

Semicircumferència donats els extrems del diàmetre

Al marcar dos punts A i B es crea un semicercle tal que el segment AB és el diàmetre.

Arc de circumferència donats el centre i els dos extrems

Al marcar tres punts M, A i B es forma un arc circular de centre el punt M, i que té com a extrem inicial A i tendeix cap a B.

Nota: el punt B no ha d'estar necessàriament sobre l'arc.

Sector circular donat el centre i els dos extrems

Al marcar tres punts M, A i B es crea un sector circular amb centre el punt M, que té com a extrem inicial el punt A i que tendeix cap a B.

Nota: el punt B no té perquè ser necessàriament un punt del sector.

Arc de circumferència que passa per tres punts

Al marcar tres punts es dibuixa un arc circular que passa pels tres punts indicats.

Sector circular donats tres punts

Al marcar tres punts es dibuixa un sector circular que passa pels tres punts indicats.

3.2.10 Número i Angle**Distància**

Aquest mode calcula la distància entre ...

1. dos punts
2. dues rectes
3. un punt i una recta

Punt lliscant

En clicar sobre qualsevol espai lliure de la zona gràfica, es crea un segment amb un punt lliscant per ajustar el valor d'un número o angle present a la imatge. La finestra emergent permet especificar l'interval (min, max) del número o angle d'acord amb l'amplada del segment del punt lliscant (expressat en píxels).

En GeoGebra un punt lliscant no és més que la representació gràfica d'un número o angle lliure. Es pot crear un punt lliscant corresponent a un número o angle ja existents tan sols apun- tant a aquest objecte, clicant amb el botó dret i triant l'opció *Mostra objecte*.

La posició d'un punt lliscant pot ser absoluta respecte de la pantalla o relativa al sistema de coordenades (veure propietats del número o angle corresponents 3.1.1)

Angle

Aquest mode crea ...

1. l'angle entre tres punts
2. l'angle entre dos segments
3. l'angle entre dues rectes
4. l'angle entre dos vectors
5. tots els angles interiors d'un polígon

Tots aquests angles estan fitats a una amplitud entre 0° i 180° . Si es volen *admetre angles de reflexió* es selecciona i activa l'opció corresponent de la caixa de diàleg de les propietats (3.1.1).

Angle d'amplitud donada

Al marcar dos punts A i B se'ns mostra una finestra emergent on es pot introduir l'amplitud de l'angle. Aquest mode crea un altre punt C i un angle α , on $\alpha = \angle(ABC)$.

3.2.11 Locus - Lloc Geomètric

Locus

Primer heu de seleccionar el punt Q del qual voleu dibuixar el lloc geomètric. Després heu de clicar sobre un punt P del qual dependrà Q. Cal indicar que el punt P ha de ser d'un objecte (recta, segment, circumferència, ...)

3.2.12 Transformacions Geomètriques

Les següents transformacions geomètriques actuen sobre punts, rectes, seccions còniques, polígons i imatges.

Simetria central

Primer heu de seleccionar l'objecte del qual voleu obtenir la simetria. Després, clicant el ratolí es marca el punt que actuarà com a centre de simetria.

Simetria axial

Primer heu de seleccionar l'objecte del qual voleu obtenir la simetria. Després amb el ratolí, marqueu la recta "eix de simetria"

Gira un objecte al voltant d'un punt un determinat angle

Primer heu de seleccionar l'objecte que voleu girar. A continuació amb el ratolí marcareu el punt que actuarà com a centre de gir. Se'ns mostrarà una finestra emergent on podreu escriure l'amplitud, en graus, de l'angle de rotació.

Traslada un objecte segons un vector

Primer heu de crear un vector que serà el vector de translació. Després seleccionar el mode *Traslada un objecte segons un vector*, seleccionar l'objecte que voleu traslladar, i marcar amb el ratolí el vector de translació.

Dilata un objecte des d'un punt un determinat factor

Heu de seleccionar l'objecte que voleu dilatar, marcar a continuació un punt que actuarà com a centre de dilatació. S'obrirà una finestra emergent on podreu indicar el factor de dilatació.

3.2.13 Text**Insereix text**

En aquest mode podeu crear texts o fórmules de \LaTeX .

1. En clicar sobre l'àrea gràfica es pot crear un text nou a la posició marcada.
2. En clicar sobre un punt, es crea un text nou vinculat al punt marcat

Es mostra una caixa de diàleg on es pot escriure el text. També es poden usar valors dels objectes i, així, crear texts dinàmics.

Entrada	Descripció
"Aquest és un text"	text simple
"Punt A = " + A	text dinàmic utilitzant el valor del punt A
"a = " + a + "cm"	text dinàmic utilitzant el valor del segment a

La posició d'un text pot ser absoluta - en la pantalla - o relativa respecte al sistema de coordenades (Per veure més detalls, podeu consultar sobre les propietats del text, 3.1.1).

Fórmules de \LaTeX

En GeoGebra també es poden escriure fórmules. Heu de marcar la casella corresponent "Fórmula \LaTeX " a la caixa de diàleg del mode text i escriure la fórmula amb la sintaxi pròpia de \LaTeX . A continuació podeu veure alguns dels comandaments més importants de \LaTeX . Revisant qualsevol documentació en \LaTeX obtindreu més informació sobre el tema.

\LaTeX Entrada	Resultat
<code>a \cdot b</code>	$a \cdot b$
<code>\frac{a}{b}</code>	$\frac{a}{b}$
<code>\sqrt{x}</code>	\sqrt{x}
<code>\sqrt[n]{x}</code>	$\sqrt[n]{x}$
<code>\vec{v}</code>	\vec{v}
<code>\overline{AB}</code>	\overline{AB}
<code>x^{2}</code>	x^2
<code>a_{1}</code>	a_1
<code>\sin\alpha + \cos\beta</code>	$\sin \alpha + \cos \beta$
<code>\int_a^b x \, dx</code>	$\int_a^b x dx$
<code>\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$

3.2.14 Imatges

Insereix imatge

Aquest mode permet afegir una imatge a una construcció.

1. En fer el primer clic amb el ratolí a la zona gràfica, esteu marcant el vèrtex inferior esquerre de la imatge.
2. El primer clic sobre un punt determina que aquest serà el vèrtex inferior esquerre de la imatge.

A continuació s'obre una caixa de diàleg que ens permet cercar la imatge a inserir en el nostre ordinador.

3.2.15 Propietats de les imatges

Posició

La posició d'una imatge pot ser absoluta - en la pantalla - o relativa respecte al sistema de coordenades (Per veure més detalls, podeu consultar sobre les propietats de la imatge, 3.1.1). Això es pot dur a terme, marcant tres punts vèrtexs i ens permet escalar, girar i fins i tot distorsionar les imatges.

- 1. Vèrtex: posició del vèrtex esquerre inferior de la imatge.
- 2. Vèrtex (inferior dret): tan sols el podeu marcar després d'haver marcat el Vèrtex (pas 1). Controla l'amplada de la imatge.
- 3. Vèrtex (superior esquerre): tan sols el podeu marcar després d'haver marcat el Vèrtex (pas 1). Controla l'altura de la imatge.

Per poder veure els efectes dels punts vèrtexs, podeu crear tres punts A, B, i C. Fixeu A com el primer vèrtex de la imatge i B com el segon vèrtex. Al arrossegar A i B en el mode *Desplaça* podeu observar l'efecte. Podeu fixar, a continuació, A com el primer i C com el tercer vèrtex. Finalment podeu establir quatre punts vèrtex per observar com en arrossegar-los, es distorsiona la imatge.

Després d'observar com es pot influir sobre la posició i mida d'una imatge, podeu experimentar altres alternatives. En adjuntar una imatge a un punt A, fixeu la seva amplada a 3 unitats i la seva altura a 4 unitats: executeu les següents instruccions

- 1. Vèrtex: A
- 2. Vèrtex: $A + (3,0)$
- 3. Vèrtex: $A + (0,4)$

En arrossegar el punt A en mode *Desplaça*, la imatge conserva les mides.
Per a més informació, vegeu el comandament *Extrem* (4.3.13).

Imatge de fons

Per establir una imatge de *fons*, veure les propietats de la imatge 3.1.1. Una imatge de fons es situa darrera dels eixos de coordenades i ja no és accessible amb el ratolí.

Per a modificar la condició d'imatge de fons d'una imatge, s'ha de canviar des de l'opció *Propietats* del menú *Edita*.

Transparència

Una imatge la podeu fer transparent per a que es puguin veure altres imatges de la construcció o els mateixos eixos de coordenades que puguin quedar al seu darrere. Per a fixar aquesta condició, s'especifica un valor entre 10% i 100% per al valor d'*Ombrejat* (propietats de la imatge, 3.1.1).

Capítol 4

Entrada Algèbrica

Ara veureu com introduir les instruccions per teclat en GeoGebra.

4.1 Anotacions Generales

Valors, coordenades i equacions d'objectes *lliures* i *dependents* es mostren a la finestra algèbrica (a la banda de l'esquerra). Els objectes lliures no depenen de cap altre objecte i es poden modificar directament.

L'entrada es pot fer en el camp de text que hi ha al peu de la pantalla.
Això s'explicarà, més endavant, i detalladament (4.2 i 4.3).

4.1.1 Modificació de valors

Els objectes lliures poden ser modificats però els dependents, no. Per operar canviant el valor d'un objecte lliure, tan sols cal tornar a escriure'l, introduint el valor nou al camp de text (4.2).

Com alternativa, es pot canviar directament a la finestra algèbrica seleccionant l'opció Edita del menú contextual que surt en clicar el botó dret del ratolí (3.1.1).

4.1.2 Animació

Per a modificar de forma contínua un número o angle, seleccioneu el mode *Desplaça* (3.2.1) i cliqueu sobre el número o angle a l'hora que premeu la tecla + o -.

Es produeix un efecte d'animació si mantenim permanentment una d'aquestes tecles polsada. Per exemple, si les coordenades d'un punt depenen d'un número K com ara $P = (2k, -k)$, el punt es desplaçarà al llarg de la recta a mesura que anem modificant el valor de k contínuament.

Amb les tecles de fletxa podem desplaçar qualsevol objecte lliure, en el mode desplaçament.

L'increment és ajustable i es fixa a la caixa de diàleg de propietats (3.1.1).

- Ctrl + tecla fletxa ... 10 * amplada del pas
- Alt + tecla fletxa ... 100 * amplada del pas

Es pot moure qualsevol punt d'una recta amb la tecla + o amb la tecla -.

4.2 Entrada Directa

GeoGebra pot operar amb números, angles, punts, vectors, segments, rectes i seccions còniques. Veureu com podeu introduir aquests objectes a través de coordenades o equacions.

També podeu utilitzar índex amb els noms dels objectes: A_1 resp. s_{AB} ho introduireu com A_1 resp. s_AB .

4.2.1 Números i angles

Els números i angles fan anar el signe tw. com a punt decimal.

$$\text{número } r \mid r = 5.32$$

Els angles s'introdueixen en graus ($^\circ$) o radiants (rad). El número Pi (π) és útil pels valors en radiants.

	graus	radians
angle alpha	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = \pi / 3$

GeoGebra fa tots els càlculs interns en radiants. El símbol $^\circ$ no és sinó una constant $\frac{\pi}{180}$ per a convertir de graus a radiants.

Punts lliscants, Tecles-Fletxa

Tant els números com els angles lliures se'ns poden mostrar com a punts lliscants ajustables sobre la zona gràfica (veure 3.2.10). Amb les tecles fletxa es pot canviar el valor de números i angles, també a la finestra algèbrica (veure 4.1.2).

Valors Límits a l'Interval

Tant els números lliures com els angles es poden limitar a un interval [mín, máx] (propietats, 3.1.1). Aquest interval s'utilitza també per als punts lliscants (consultar 3.2.10).

Per a cada angle dependent, es pot especificar si es pot reflectir o no (propietats, 3.1.1).

4.2.2 Punts i Vectors

Els punts i els vectors es poden introduir en coordenades cartesianes o polars (4.2.1). Els punts els introduïreu en majúscules i els vectors en minúscules.

	coordenades cartesianes	coordenades polars
punt P	$P = (1, 0)$	$P = (1; 0^\circ)$
vector v	$v = (0, 5)$	$v = (5; 90^\circ)$

4.2.3 Recta

Per introduir una recta ho fareu com una equació lineal en x i y o en forma paramètrica. En ambdós casos es poden utilitzar variables prèviament definides (números, punts, vectors). El nom de la recta l'heu de posar a l'encapçalament de l'entrada seguit de dos punts.

	equació	forma paramètrica
recta g	$g : 3x + 4y = 2$	$g : X = (-5, 5) + t (4, -3)$

Sigui $k=2$ y $d=-1$ per exemple. Podeu definir una recta g introduint l'equació $g : y = kx + d$.

EixX i EixY

Als dos eixos de coordenades X i Y hi podeu accedir amb els comandaments `EixX` i `EixY` respectivament. Per exemple, el comandament `Perpendicular[A, EixX]` dibuixa una recta perpendicular a l'eix de les X passant pel punt A .

4.2.4 Secció Cònica

Una secció cònica la introduïreu mitjançant una equació quadràtica en x i y . Es poden utilitzar variables prèviament definides (números, punts, vectors). El nom de la secció cònica s'ha d'escriure a l'encapçalament de l'entrada seguit de dos punts.

	equació
el.lipse eli	$eli : 9x^2 + 16y^2 = 144$
hipèrbola hip	$hip : 9x^2 - 16y^2 = 144$
paràbola par	$par : y^2 = 4x$
cercle k1	$k1 : x^2 + y^2 = 25$
cercle k2	$k2 : (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$

Siguin $a=4$ i $b=3$ per exemple. Podeu introduir una el.lipse com $eli : b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$.

4.2.5 Funció

Per a introduir una funció podeu utilitzar variables prèviament definides (números, punts, vectors, ...) i altres funcions.

	Entrada
Funció f	$f(x) = 3x^3 - x^2$
Funció g	$g(x) = \tan(f(x))$
Funció sense nom	$\sin(3x) + \tan(x)$

Totes les funcions internes (com ara sinus, cosinus, tangent - sin, cos, tan - ...) es descriuen a la secció dedicada a operacions aritmètiques (4.2.6).

Hi han comandaments per a obtenir la integral (4.3.11) i la derivada (4.3.11) d'una funció. També es pot utilitzar $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, ... per obtenir les derivades successives d'una funció $f(x)$ prèviament definida:

$$f(x) = 3x^3 - x^2$$

$$g(x) = \cos(f'(x + 2))$$

A més a més, les funcions es poden traslladar mitjançant un vector (4.3.15) i una funció lliure es pot desplaçar amb el ratolí.

Funció Limitada a un Interval

Per a limitar una funció a un interval $[a, b]$, cal utilitzar el comandament `Funció` (veure 4.3.11).

4.2.6 Operacions Aritmètiques

Per introduir números, coordenades o equacions (4.2) es poden utilitzar expressions aritmètiques amb parèntesis. Les següents operacions estan disponibles:

operació	input
suma	+
resta	-
producte, producte escalar	* o <code>espa</code>
divisió	/
potenciació	\wedge o $^2, ^3$
factorial	!
Funció Gamma	<code>gamma ()</code>
parèntesis	()
coordenada-x	<code>x ()</code>
coordenada-y	<code>y ()</code>
valor absolut	<code>abs ()</code>

signo	<code>sgn()</code>
arrel quadrada	<code>sqrt()</code>
funció exponencial	<code>exp()</code>
logaritme (natural)	<code>log()</code>
cosinus	<code>cos()</code>
sinus	<code>sin()</code>
tangent	<code>tan()</code>
arc cosinus	<code>acos()</code>
arc sinus	<code>asin()</code>
arc tangent	<code>atan()</code>
cosinus hiperbòlic	<code>cosh()</code>
sinus hiperbòlic	<code>sinh()</code>
tangent hiperbòlica	<code>tanh()</code>
arccosinus hiperbòlic	<code>acosh()</code>
arcsinus hiperbòlic	<code>asinh()</code>
arctangent hiperbòlica	<code>atanh()</code>
integral major menor o igual que	<code>ceil()</code>
integral menor major o igual que	<code>floor()</code>
Redondeo	<code>round()</code>

Per exemple, el punt mig M de dos punts A i B es podria introduir com $M = (A+B) / 2$. La longitud d'un vector v es podria calcular usant $l = \text{rc}(v*v)$.

Cal indicar que es poden fer càlculs amb punts i vectors amb GeoGebra.

4.3 Comandaments

Amb l'ajut dels comandaments podeu crear objectes nous o bé modificar els existents. La intersecció de dues rectes g i h , ens retorna un nou punt, per exemple: $S = \text{Intersecció}[g, h]$ (4.3.4).

Al resultat d'aplicar un comandament se li pot donar un nom. Així a l'exemple anterior $S = \text{Intersecció}[g, h]$, al nou punt se l'anomena S .

Es poden usar també índex amb els noms dels objectes: A_1 resp. s_{AB} s'introdueix com A_1 resp. s_AB .

4.3.1 Comandaments Generals

Relació

Relació [objecte a, objecte b] mostra una finestra emergent que informa de la relació entre a i b.

Aquest comandament permet esbrinar si dos objectes són iguals, si un punt pertany a una recta o a una cònica, o si una recta és tangent o creua a una cònica.

Eborra

Eborra [objecte] Eborra un objecte i tots els seus subordinats.

4.3.2 Número

Longitud

Longitud [vector] Longitud d'un vector

Àrea

Àrea [punt A, punt B, punt C, ...] Àrea del polígon que defineixen els punts marcats

Longitud [punt A] Longitud del vector de posició del punt A

Distància

Distància [punt A, punt B] Distància entre dos punts A i B

Distància [punt A, recta g] Distància d'un punt A a una recta g

Distància [recta g, recta h] Distància entre les rectes g i h. La distància entre rectes secants es 0. Aquesta funció és interessant per a rectes paral·leles

Pendent

Pendent [recta] Pendent d'una recta. Aquest comandament també dibuixa un triangle rectangle amb un catet igual a 1 i la hipotenusa sobre la recta, de manera que la mida que mostra de l'altre catet és el valor de la pendent de la recta. Aquest triangle és dinàmic, de manera que si es canvia la inclinació de la recta, varia el valor de la pendent. (veure Propietats, 3.1.1).

Radi

Radi [cercle] Radi d'un cercle

Paràmetre

Paràmetre [paràbola] Paràmetre d'una paràbola (Distància entre la directriu i el focus)

LongitudPrimerEix

LongitudPrimerEix [cònica] Longitud de l'eix principal d'una secció cònica

LongitudSegonEix

LongitudSegonEix [cònica] Longitud de l'eix secundari d'una secció cònica

Excentricitat

Excentricitat [cònica] Excentricitat d'una cònica

Integral

Integral [funció f , número a , número b] Integral definida de $f(x)$ des d' a fins a b . Aquest comandament també traça l'àrea entre la gràfica de la funció i l'eix OX de coordenades.

Integral [funció f , funció g , número a , número b] La integral definida de $f(x)-g(x)$ des d' a fins a b . Aquest comandament traça també l'àrea entre els gràfics de les funcions de f i de g .

Consultar integral indefinida, 4.3.11.

SumaInferior

SumaInferior [funció f , número a , número b , número n] suma inferior de la funció f en l'interval $[a,b]$ amb n rectangles. Aquest comandament també dibuixa els rectangles de la suma inferior.

SumaSuperior

SumaSuperior [funció f , número a , número b , número n] suma superior de la funció f en l'interval $[a,b]$ amb n rectangles. Aquest comandament també dibuixa els rectangles de la suma superior.

4.3.3 Angle**Angle**

Angle [vector, vector] Angle entre dos vectors (entre 0 i 360°)

Angle [recta, recta] Angle entre els vectors directors de dues rectes (entre 0 i 360°)

Angle [punt A, punt B, punt C] Angle entre BA i BC (entre 0 i 360°). B és el vèrtex.

Angle [punt A, punt B, Angle alpha] Angle d'amplitud alpha dibuixat des de B amb vèrtex en A. El punt Rotació[B, A, a] també es crea.

Angle [cònica] Angle de revolució de l'eix principal d'una secció cònica (4.3.9)

Angle [vector v] Angle entre l'eix x i el vector v

Angle [punt A] Angle entre l'eix x i el vector de posició del punt A

Angle [número] Converteix un número en un angle (entre 0 i 2π)

Angle [polígon] Tots els angles interiors d'un polígon.

4.3.4 Punt

Punt

Punt [recta] Punt sobre una recta

Punt [cònica] Punt sobre una secció cònica (per exemple: circumferència, el.lipse, hipèrbola)

Punt [funció] Punt d'una funció

Punt [vector] Punt en el vector

Punt [punt P, vector v] Punt $P + v$

PuntMitjà

PuntMitjà [punt A, punt B] PuntMitjà de A i B

PuntMitjà [segment] PuntMitjà d'un segment

Centre

Centre [cònica] Centre d'una secció cònica (per exemple: circumferència, el.lipse, hipèrbola)

Focus

Focus [cònica] (Tot) focus d'una secció cònica

Vèrtex

Vèrtex [cònica] (Tot) vèrtex d'una secció cònica

Centroide

Centroide [polígon] Centroide d'un polígon

Intersecció

Intersecció [recta g, recta h] Punt d'intersecció de les rectes g i h

Intersecció [recta g, cònica c] Punt d'intersecció de g i c (màx. 2)

Intersecció [recta g, cònica c, número n] enèsim punt d'intersecció de g i c

Intersecció [cònica c, cònica d] Punt d'intersecció de c i d (màx. 4)

Intersecció [cònica c, cònica d, número n] enèsim punt d'intersecció de c i d

Intersecció [polinomi f, polinomi g] enèsim punt d'intersecció de f i g

Intersecció [polinomi f, polinomi g, número n] enèsim punt d'intersecció de f i g

Intersecció [polinomi f, recta g] Tots els punts d'intersecció de f i g

Intersecció [polinomi f, recta g, número n] enèsim punt d'intersecció de f i g

Intersecció [funció f, funció g, punt A] Punt d'intersecció de f i g amb valor inicial A (pel mètode de Newton)

Intersecció [funció f, recta g, punt A] Punt d'intersecció de f i g amb valor inicial A (pel mètode de Newton)

Arrel

Arrel [polinomi f] Totes les arrels del polinomi f (com a punts)

Arrel [funció f, número a] Una arrel de la funció f amb valor inicial A (pel mètode de Newton)

Arrel [funció f, número a, número b] Una arrel de la funció f a l'interval [a, b] (regula falsi)

Extrems

Extrems [polinomi f] Tots els extrems locals del polinomi f (com a punts)

PuntInflexió

PuntInflexió [polinomi f] Tots els punts d'inflexió del polinomi f

4.3.5 Vector

Vector

Vector [punt A, punt B] Vector des de A fins a B

Vector [punt] Posició vectorial d'un punt

Direcció

Direcció [recta] Vector director d'una recta. Una recta d'equació $ax + by = c$ té un vector director $(b, -a)$.

Versor

Versor [recta] Vector director d'una recta de longitud 1

Versor [vector] Versor: vector de longitud 1 i la mateixa direcció i orientació que la del vector donat.

VectorPerpendicular

VectorPerpendicular [recta] Vector perpendicular a una recta. Una recta d'equació $ax + by = c$ té un vector perpendicular (a, b) .

VectorPerpendicular [vector] Vector perpendicular a un vector. Un vector de coordenades (a, b) té un vector perpendicular $(-b, a)$.

VersorPerpendicular

VersorPerpendicular [recta] Vector de longitud 1, perpendicular a una recta.

VersorPerpendicular [vector] Vector de longitud 1, perpendicular a un vector.

4.3.6 Segment

Segment

Segment [punt A, punt B] Segmento entre dos punts A i B

Segment [punt A, número a] Segment de longitud a des de'l punt A. Es crea, també, l'extrem oposat a A del segmento.

4.3.7 Semirecta

Semirecta

Semirecta [punt A, punt B] Semirecta que comença en A i passa per B

Semirecta [punt A, vector v] Semirecta que s'inicia en A amb direcció v

4.3.8 Polígon

Polígon

Polígon [punt A, punt B, punt C, ...] Polígon determinat pels punts indicats

4.3.9 Recta

Recta

Recta [punt A, punt B] Recta entre dos punts A i B

Recta [punt A, recta g] Recta paral·lela a g que passa per A

Recta [punt A, vector v] Recta amb direcció v que passa per A

Perpendicular

Perpendicular [punt A, recta g] Recta perpendicular a g que passa per A

Perpendicular [punt A, vector v] Recta perpendicular a v que passa per A

Mediatriu

Mediatriu [punt A, punt B] Mediatriu del segment AB

Mediatriu [segment s] Mediatriu del segment s

Bisectriu

Bisectriu [punt A, punt B, punt C] Bisectriu de l'angle (A, B, C). B és el vèrtex de l'esmentat angle

Bisectriu [recta g, recta h] Ambdós bisectrius angulars de g i h.

Tangent

Tangent [punt A, cònica c] (Tota) tangent a c a través de A

Tangent [recta g, cònica c] (Tota) tangent a c que sigui paral.lela a g

Tangent [número a, funció f] Tangent a $f(x)$ en $x=a$

Tangent [punt A, funció f] Tangent a $f(x)$ en $x=x(A)$

Asímtota

Asímtota [hipèrbola c] Ambdós asímtotes a una hipèrbola

Directriu

Directriu [paràbola c] Directriu d'una paràbola

Eixos

Eixos [cònica c] Eix principal i secundari d'una secció cònica

PrimerEix

PrimerEix [cònica c] Eix principal d'una secció cònica

EixSecundari

EixSecundari [cònica c] Eix secundari d'una secció cònica

Polar

Polar [punt A, cònica c] Recta polar del punt A respecte a la cònica c

Diàmetre

Diàmetre [recta g, cònica c] Diàmetre de la cònica c paral.lel a g

Diàmetre [vector v, cònica c] Diàmetre de la cònica c paral.lel a v

4.3.10 Secció Cònica

Cercle

Cercle [punt M, número r] Circumferència de centre M i radi r

Cercle [punt M, segment s] Circumferència de centre M i radi = Longitud[s]

Cercle [punt M, punt A] Circumferència de centre M que passa per A

Cercle [punt A, punt B, punt C] Circumferència que passa per A, B i C

El.lipse

El.lipse [punt F, punt G, número a] El.lipse de focus F, G i eix principal de longitud a. Condió: $2a > \text{Distància}[F,G]$

El.lipse [punt F, punt G, segment s] El.lipse de focus F, G i longitud de l'eix principal = Longitud[s]

Hipèrbola

Hipèrbola [punt F, punt G, número a] Hipèrbola de focus F, G i eix principal de longitud a. Condió: $0 < 2a < \text{Distància}[F,G]$

Hipèrbola [punt F, punt G, segment s] Hipèrbola de focus F, G i longitud de l'eix principal = Longitud[s]

Paràbola

Paràbola [punt F, recta g] Paràbola de focus F i directriu g

Cònica

Cònica [punt A, punt B, punt C, punt D, punt E] Secció cònica que passa per cinc punts (quatre d'ells no alineats)

4.3.11 Funció

Derivada

Derivada [funció f] Derivada de la funció f(x)

Derivada [funció f, número n] enèsima derivada de la funció f(x)

Integral**Integral** [funció f] Integral indefinida de $f(x)$

Consultar integral definida, 4.3.2.

Polinomi**Polinomi** [funció f] desenvolupa la potència d'un polinomi .Exemple: *Polinomi*[($x - 3$)²] es desenvolupa com $x^2 - 6x + 9$ **PolinomiDeTaylor****PolinomiDeTaylor** [funció f, número a, número n] desenvolupa la sèrie de potències d'ordre n per la funció f en el punt $x = a$ **Funció****Funció** [funció f, número a, número b] mostra una funció que és igual a f a l'interval [a, b] i no està definida fora de [a, b]**4.3.12 Arc i Sector**

El valor al·gèbric d'un arc és la seva longitud, el valor d'un sector, la seva àrea.

Semicircumferència**Semicircumferència** [punt A, punt B] Semicircumferència sobre el segment AB.**ArcDeCircumferència****ArcDeCircumferència** [punt M, punt A, punt B] Arc circular amb un punt M entre dos punts: A i B. Alerta: el punt B no ha d'estar sobre l'arc.**ArcCircumcircular****ArcCircumcircular** [punt, punt, punt] Arc circular que passa per tres punts.**Arc****Arc** [cònica c, punt A, punt B] Arc de secció cònica entre dos punts A i B de la secció cònica c (circumferència o el·lipse)**Arc** [cònica c, número t1, número t2] Arc de secció cònica entre dos valors paramètrics t1 i t2 per a les següents formes paramètriques:

- circumferència: $(r \cos(t), r \sin(t))$, on r és el radi de la circumferència
- el.lipse: $(a \cos(t), b \sin(t))$, on a i b són les longituds del primer i del segon eix

SectorCircular

SectorCircular [punt M, punt A, punt B] Sector circular amb un punt M entre dos punts A i B. Alerta: el punt B no ha d'estar sobre l'arc.

SectorCircumcircular

SectorCircumcircular [punt, punt, punt] Sector circular que passa per tres punts

Sector

Sector [cònica c, punt A, punt B] Sector de secció cònica entre dos punts A i B de la secció cònica c (cercle o el.lipse)

Sector [cònica c, número t1, número t2] Sector de secció cònica entre dos valors paramètrics t1 y t2 per les següents formes paramètriques:

- circumferència: $(r \cos(t), r \sin(t))$, on r és el radi de la circumferència
- el.lipse: $(a \cos(t), b \sin(t))$, on a i b són les longituds del primer eix i del segon

4.3.13 Imatge

Extrem

Extrem [imatge, número n] estableix l'extrem enèsim d'una imatge ($n = 1, \dots, 4$).

4.3.14 Lloc Geomètric

LlocGeomètric

Lloc Geomètric [punt Q, punt P] dibuixa el lloc geomètric del punt Q dependent del punt P. El punt P ha de ser el punt d'un objecte (recta, segment, circumferència, ...).

4.3.15 Transformacions Geomètriques

Si li doneu un altre nom a un dels següents comandaments, es crea una còpia de l'objecte desplaçat. El comandament `Simetria[A, g]` us retorna el punt simètric de A respecte de la recta g, i el punt A es mou de lloc. Si introduïu `B = Simetria[A, g]` es crea un nou punt B mentre que A no es mou del seu lloc.

Traslada

Traslada [punt A, vector v] El punt A es trasllada segons el vector v

Traslada [recta g , vector v] La recta g es trasllada segons el vector v

Traslada [cònica c , vector v] La secció cònica c es trasllada segons el vector v

Traslada [funció c , vector v] La funció f es trasllada segons el vector v

Traslada [polígon P , vector v] El polígon P es trasllada segons el vector v . També es creen els nous vèrtexs i segments.

Traslada [imatge p , vector v] La imatge p es trasllada segons el vector v

Traslada [vector v , punt P] El vector v es trasllada al punt P

Rotació

Rotació [punt A, angle ϕ] El punt A gira l'angle ϕ respecte de l'origen

Rotació [vector v , angle ϕ] El vector v gira l'angle ϕ respecte de l'origen

Rotació [recta g , angle ϕ] La recta g gira l'angle ϕ respecte de l'origen

Rotació [cònica c , angle ϕ] La secció cònica c gira l'angle ϕ respecte de l'origen

Rotació [polígon P , angle ϕ] El polígon P gira l'angle ϕ respecte de l'origen. També es creen els nous vèrtexs i segments.

Rotació [imatge p , angle ϕ] La imatge p gira l'angle ϕ respecte de l'origen

Rotació [punt A, angle ϕ , punt B] El punt A gira l'angle ϕ respecte del punt B

Rotació [recta g , angle ϕ , punt B] La recta g gira l'angle ϕ respecte del punt B

Rotació [cònica c , angle ϕ , punt B] La secció cònica c gira l'angle ϕ respecte del punt B

Rotació [polígon P , angle ϕ , punt B] El polígon P gira l'angle ϕ respecte del punt B. També es creen els nous vèrtexs i segments.

Rotació [imatge p , angle ϕ , punt B] La imatge p gira l'angle ϕ respecte del punt B

Simetria

Simetria[punt A, punt B] Simètric del punt A respecte del punt B

Simetria[recta g, punt B] Simètric de la recta g respecte del punt B

Simetria[cònica c, punt B] Simètric de la secció cònica c respecte del punt B

Simetria[polígon P, punt B] Simètric del polígon P respecte del punt B. També es creen els nous vèrtexs i segments.

Simetria[imatge p, punt B] Simètric de la imatge p respecte del punt B

Simetria[punt A, recta h] Simètric del punt A respecte de la recta h

Simetria[recta g, recta h] Simètric de la recta g respecte de la recta h

Simetria[cònica c, recta h] Simètric de la cònica c respecte de la recta h

Simetria[polígon P, recta h] Simètric del polígon P respecte de la recta h. També es creen els nous vèrtexs i segments.

Simetria[imatge p, recta h] Simètric de la imatge p respecte de la recta h

Dilata

Dilata[punt A, número f, punt S] Trasllada el punt A des del punt S segons el factor f

Dilata[recta h, número f, punt S] Dilata la recta h des del punt S segons el factor f

Dilata[cònica c, número f, punt S] Dilata la secció cònica c des del punt S segons el factor f

Dilata[polígon P, número f, punt S] Dilata el polígon P des del punt S segons el factor f. També es creen els nous vèrtexs i segments.

Dilata[imatge p, número f, punt S] Dilata la imatge p des del punt S segons el factor f

Capítol 5

Imprimir i Exportar des de GeoGebra

5.1 Imprimir

5.1.1 Zona Gràfica

En el menú *Fitxer*, l'opció *Previsualitza*, *Exporta la zona gràfica* us permet especificar el títol, autor, data i escala de la imatge de sortida (en cm).

Heu de prémer Enter després de fer qualsevol canvi si voleu actualitzar la finestra.

5.1.2 Passos de la Construcció

Hi ha dues formes d'obrir la finestra de Passos de la construcció:

- A l'ítem *Previsualitza* del menú *Fitxer*, triant la opció *Passos de la construcció*.
- A l'ítem *Passos de la construcció* del menú *Visualitza*.

La segona opció és la més flexible ja que es poden triar diverses opcions a llistar dels passos de la construcció (consulteu el menú *Visualitza* de la finestra *Passos de la construcció*).

A la finestra *Previsualitza* es pot introduir el títol, autor i data.

5.2 Zona Gràfica com a Imatge

L'ítem *Exporta la Zona Gràfica com a Imatge* es troba al menú *Fitxer*, dins la opció *Exporta*.

Podeu especificar l'escala (en cm) i la resolució (en dpi) del fitxer de sortida. La mida real de la imatge exportada, la podeu veure al peu de la finestra.

També podeu seleccionar un dels següents *formats*:

PNG - Portable Network Graphics: Aquest és un format gràfic “pixelat”. A més resolució (dpi), millor qualitat (300 dpi serà, normalment, suficient).

Quan s’escala un gràfic PNG generalment es perd qualitat i, per tant, és aconsellable no escalar-los.

Els fitxers gràfics PNG són molt adients per a il·lustrar pàgines web (html) i documents MS Word. Quan s’intercala un fitxer PNG en un document Word, mitjançant el menú *Inserta, Imagen des de fitxer*, us heu d’assegurar que la mida es fixi al 100%, si no, l’escala donada (en cm) es podria veure afectada.

EPS - Encapsulated Postscript: Aquest és un format gràfic vectorial. Els gràfics EPS poden escalar-se sense perdre qualitat.

Els fitxers gràfics EPS són els més adients per a programes gràfics vectorials com per exemple el Corel Draw y els sistemes processadors de text professionals com ara el L^AT_EX.

La resolució d’un gràfic EPS és sempre de 72 dpi. Aquest valor tan sols es fa anar per calcular la mida real d’una imatge en cm i no té cap efecte sobre la qualitat de la mateixa.

Atenció: l’efecte de color transparent en superfícies de polígons o de seccions còniques no és possible en el format EPS.

5.3 Zona Gràfica al Porta-retalls

Al menú *Fitxer, Exporta*, l’opció *Copia la Zona Gràfica al porta-retalls* ens permet desar la pantalla de la zona gràfica al porta-retalls del sistema com a dibuix PNG. Aquest dibuix es pot enganxar als documents fets amb altres programes (per exemple: a un document Word de Microsoft o a un document d’OpenOffice).

Per a exportar una construcció amb una determinada escala (en cm), el camí és *Exporta la Zona Gràfica de la Imatge* de l’opció *Exporta* del menú *Fitxer*.

5.4 Passos de la construcció com a Pàgina Web

Hi ha dues formes d’obrir la finestra de *Exporta com a pàgina web*:

- Menú *Fitxer*, a l’opció *Exporta* es troba l’ítem *Passos de la construcció com a Pàgina Web (html)*.

- Menú *Visualitza*, a l'opció *Passos de la Construcció*. Allà es troba l'ítem *Exporta com a Pàgina Web* dins el menú *Fitxer*.

La segona opció és la més flexible ja que es poden triar diverses opcions a llistar dels passos de la construcció (consulteu el menú *Visualitza* de la finestra *Passos de la construcció*).

A la finestra *Exporta: Passos de la construcció (html)*, es pot posar el títol, l'autor i la data de la construcció i determinar si es vol o no exportar també el dibuix de la zona gràfica i la finestra algebàrica així com determinar la seva amplada i altura, juntament amb el llistat dels passos què, a més podeu triar que s'escriguin o no en color.

El fitxer HTML exportat es pot veure amb qualsevol navegador d'Internet (com ara el Mozilla, l'Internet Explorer ...) i editar-lo amb qualsevol processador de textos (OpenOffice, Word ...) o programes editors de pàgines web (Frontpage, Dreamweaver ...).

5.5 Construcció interactiva com a Pàgina Web

Sota l'opció *Exporta* del menú *Fitxer* es troba l'ítem *Construcció interactiva com a pàgina web (html)*.

A la finestra d'exportació, es pot anotar el títol, l'autor, la data i qualsevol text en la zona superior i inferior de la construcció interactiva (per exemple, una descripció de la construcció i alguns exercicis). Aquesta construcció es pot incloure directament a la pàgina web o bé obrir-se fent "clic" sobre un botó. També podem triar la mida (amplada i altura).

Alerta: els valors que s'assignen a l'amplada i altura de la construcció dinàmica no poden ser massa grans, si no la imatge no quedarà completament visible al navegador d'Internet.

En exportar una construcció dinàmica es creen tres fitxers:

1. Un fitxer html, per exemple, *circunf.html* - aquest fitxer inclou la construcció.
2. Un fitxer ggb, per exemple, *circunf_worksheet.ggb* - aquest fitxer inclou la corresponent construcció GeoGebra.
3. *geogebra.jar* - aquest fitxer inclou el mateix GeoGebra i permet que la corresponent construcció sigui interactiva.

Aquests tres fitxers - per exemple *circunf.html*, *circunf_worksheet.ggb* i *geogebra.jar* - han d'estar dintre de la mateixa carpeta (directori) per a que la construcció sigui dinàmica. Evidentment, es poden copiar els tres fitxers a una altra carpeta.

Atenció: El fitxer HTML exportat - a l'exemple *circunf.html* - es pot veure amb qualsevol navegador d'Internet (Mozilla, Internet Explorer ...).

Per a que la construcció sigui dinàmica, a l'ordinador s'ha de tenir instal·lat el Java. Es pot baixar lliurement des de *<http://www.java.com>*.

Si aquesta construcció dinàmica la voleu veure en xarxa, heu de tenir instal·lat el Java a totes les màquines.

Podeu editar el text de la construcció dinàmica amb gairebé tots els processadors de textos (OpenOffice, Word, ...) o programes editors de pàgines web (Frontpage, Dreamweaver ...), obrint el fitxer HTML exportat.

Capítol 6

Opcions

Les opcions globals es poden modificar al menú *Opcions*. En cada part del menú hi ha un sub-menú que ens permet concretar (3.1.1).

6.1 Enganxa els punts a la graella

Captura els punts a la graella

6.2 Unitat Angular

Determina si els angles s'expressaran en graus ($^{\circ}$) o radiants (rad).
Sempre es poden introduir de les dues formes (graus i radiants).

6.3 Posicions Decimals

Ajusta la posició decimal: 0, 1, ..., 5

6.4 Estil de Punt

Determina si els punts els mostrarà com a punts o a creus.

6.5 Gràfics

Determina la qualitat gràfica a la finestra geomètrica.

6.6 Mida de la Llettra

Determina la mida en punts (pt) de la lletra.

6.7 Idioma

GeoGebra es multilingüe. Aquí es pot triar l'idioma amb el que volem treballar. Això afecta a tot el que introduïm, incloent-hi noms de comandaments, i a totes les sortides.

6.8 Zona Gràfica

Obre una finestra on es poden ajustar les propietats de la zona gràfica (eixos de coordenades, graella, etc.).

Índex alfabètic

- índex, 24, 27
- L^AT_EX, 20
- Àrea
 - comando, 28
- àrea
 - entre dos funcions, 29
 - integral definida, 29
- Allunya
 - modo, 13
- amaga, 11
- Angle
 - comando, 29
 - modo, 19
- angle, 24
 - reflex, 24
 - valor límit, 24
- Angle d'amplitud donada
 - modo, 19
- Animació, 23
- Apropa
 - mode, 13
- Arc
 - comando, 36
- arc, 36
- Arc de circumferència donats el centre i els dos extrems
 - modo, 18
- Arc de circumferència que passa per tres punts
 - modo, 18
- ArcCircumcircular
 - comando, 36
- ArcDeCircumferència
 - comando, 36
- Arrel
 - comando, 31
- Asímtota
 - comando, 34
- Bisectriu
 - comando, 33
 - modo, 16
- Cònica
 - comando, 35
- cònica, 25
- Cònica que passa per cinc punts
 - modo, 17
- Canvia de nom, 10
- Centre
 - comando, 30
- Centroide
 - comando, 31
- Cercle
 - comando, 35
- Circumferència donat el seu centre i un punt per on passa
 - modo, 17
- Circumferència donats el centre i el radi
 - modo, 17
- Circumferència que passa per tres punts
 - modo, 17
- Color, 11
- comandaments, 27
- construcció interactiva, 42
- Copia l'estil visual
 - modo, 14

- decimals
 - posicions, 44
- Derivada
 - comando, 35
- Desplaça
 - modo, 13
- Desplaça la Zona Gràfica
 - modo, 13
- Diàmetre
 - comando, 34
- Dilata
 - comando, 39
- Dilata un objecte des d'un punt un determinat
 - factor
 - modo, 20
- Direcció
 - comando, 32
- Directriu
 - comando, 34
- Distància
 - comando, 28
 - modo, 18
- Edita, 10
- Eixos
 - comando, 34
 - EixX, EixY, 25
- EixSecundari
 - comando, 34
- El.lipse
 - comando, 35
- Entrada, 10
- entrada directa, 24
- Esborra, 10
 - comando, 28
- Esborra objecte
 - modo, 14
- estil de punt, 44
- estil visual
 - copia, 14
- Excentricitat
 - comando, 29
- expandeix
 - polinomi, 36
- Exporta, 40
- Extrem
 - comando, 37
- Extrems
 - comando, 31
- Fórmula, 20
- Focus
 - comando, 30
- format
 - copia estil visual, 14
- Funció, 26
 - comando, 36
- funció
 - limitada a un interval, 26
- Gira al voltant d'un punt
 - modo, 13
- Gira un objecte al voltant d'un punt un deter-
minat angle
 - modo, 20
- Gruix de línia, 11
- Hipèrbola
 - comando, 35
- imatge
 - extrem, 37
 - fons, 22
 - insereix, 21
 - posició, 21
 - transparència, 22
- imatge de fons, 22
- impresió
 - passos de la construcció, 40
- imprimeix
 - zona gràfica, 40
- Insereix imatge
 - mode, 21
- Insereix text
 - mode, 20
- Integral
 - comando, 29, 36

- definida, 29
- integral
 - indefinida, 36
- Intersecció
 - comando, 31
- Intersecció de dos objectes
 - modo, 14
- límit
 - funció en un interval, 26
- Línia
 - estil de recta, 11
- LlocGeomètric
 - comando, 37
- Locus
 - modo, 19
- Longitud
 - comando, 28
- LongitudPrimerEix
 - comando, 29
- LongitudSegonEix
 - comando, 29
- Mediatriu
 - comando, 33
 - modo, 16
- Menú Contextual, 10
- mostra, 11
- Mostra / Amaga etiqueta
 - modo, 14
- Mostra / Amaga objecte
 - modo, 14
- moviments, 37
- número, 24
 - valor límit, 24
- Ombrejat, 11
- operacions aritmètiques, 26
- Paràbola
 - comando, 35
- Paràmetre
 - comando, 29
- passos
 - exporta, 41
- Passos de la construcció, 12
- passos de la construcció
 - exporta, 41
- Pendent
 - comando, 28
- Perpendicular
 - comando, 33
- Polígon
 - comando, 33
 - modo, 16
- Polar
 - comando, 34
- Polinomi
 - comando, 36
- PolinomiDeTaylor
 - comando, 36
- PrimerEix
 - comando, 34
- Punt
 - comando, 30
 - mida, 11
- punt, 25
 - el·limina de la recta: redefineix, 12
 - lloc a la recta: redefineix, 12
- Punt lliscant
 - modo, 18
- Punt Mitjà o Centre
 - modo, 15
- Punt nou
 - modo, 14
- PuntInflexió
 - comando, 31
- PuntMitjà
 - comando, 30
- raó entre eixos, 11
- Radi
 - comando, 28
- Recta
 - comando, 33
- recta, 25

- canvia a segment: redefineix, 12
- Recta Paral·lela
 - modo, 16
- Recta Perpendicular
 - modo, 16
- Recta Polar o Diàmetre
 - modo, 17
- Recta que passa per dos punts
 - modo, 16
- Redefineix, 10
- redefineix, 12
- Relació
 - comando, 28
- Relació entre dos objectes
 - modo, 13
- Rotació
 - comando, 38
- secció cònica, 25
- Sector
 - comando, 37
- sector, 36
- Sector circular donat el centre i els dos extrems
 - modo, 18
- Sector circular donats tres punts
 - modo, 18
- SectorCircular
 - comando, 37
- SectorCircumcircular
 - comando, 37
- Segment
 - comando, 32
- segment
 - canvia a recta: redefineix, 12
- Segment amb longitud donada des d'un punt
 - modo, 15
- Segment entre dos punts
 - modo, 15
- Semicircumferència
 - comando, 36
- Semicircumferència donats els extrems del diàmetre
 - modo, 17
- Semirecta
 - comando, 33
- Semirecta que passa per dos punts
 - modo, 16
- Simetria
 - comando, 39
- Simetria axial
 - modo, 19
- Simetria central
 - modo, 19
- simplifica
 - polinomi, 36
- SumaInferior
 - comando, 29
- SumaSuperior
 - comando, 29
- Tangent
 - comando, 34
- Tangents
 - modo, 17
- Traçada, 11
- transformacions
 - geomètriques, 37
- transparent
 - imatge, 22
- Trasllada
 - comando, 38
- Trasllada un objecte segons un vector
 - modo, 20
- Vèrtex
 - comando, 30
- valor límit
 - número, angle, 24
- valors
 - modificació, 23
- Vector
 - comando, 32
- vector, 25
- Vector des d'un punt
 - modo, 15
- Vector entre dos punts

- modo, 15
- VectorPerpendicular
 - comando, 32
- Versor
 - comando, 32
- VersorPerpendicular
 - comando, 32
- zona gràfica
 - al porta-retalls, 41
- zona gràfica
 - exporta, 40
- zoom, 11